ИНФОРМАТИКА, ВЫЧИСЛИТЕЛЬНАЯ ТЕХНИКА И УПРАВЛЕНИЕ
INFORMATION TECHNOLOGY, COMPUTER SCIENCE, AND MANAGEMENT



УДК 517.978 https://doi.org/10.23947/1992-5980-2018-18-4-438-448

Пример оценки близости управлений, синтезированных на основе принципа максимума и метода АКАР [*]

В. П. Лапшин[1], И. А. Туркин[2], В. В. Христофорова[3]**
[1, 2, 3] Донской государственный технический университет, г. Ростов-на-Дону, Российская Федерация

Estimation of proximity of controls synthesized on basis of maximum principle and ADAR method [***]

V. P. Lapshin[1], I. A. Turkin[2], V. V. Khristoforova[3]**
[1, 2, 3] Don State Technical University, Rostov-on-Don, Russian Federation

Введение. Рассмотрен частный случай синтеза одной и той же электромеханической системы управления методом максимума Понтрягина и методом синергетического синтеза. В качестве задачи была определена задача синтеза оптимальной по быстродействию электромеханической системы позиционирования, при этом момент сопротивления движению линейно зависел от выходной координаты системы. Этот подход к выбору задачи синтеза был обусловлен тем, что синтез оптимальных по быстродействию систем является одной из самых широко распространенных задач, которая решается при повышении эффективности действующих систем управления.
Материалы и методы. Синтез оптимальной по быстродействию линейной системы управления на основе принципа максимума — широко распространенная задача в современной теории управления. Однако процедура синергетического синтеза такой формализации не имеет. Исходя из этого, в статье предложен подход, сближающий эти два метода, который, по мнению авторов, позволит повысить эффективность метода синергетического синтеза, добавив в него некоторые особенности методологии синтеза оптимальных систем.
Результаты исследования. В работе сформулированы два основных научных положения. Первое - применение принципа максимума для объекта класса двигатель постоянного тока при синтезе алгоритма позиционирования в условиях линейной нагрузки, функционально зависящей от угла поворота двигателя, позволяет оптимизировать систему по быстродействию. Второе - синтез системы управления на основе синергетического подхода позволяет получить систему, близкую к оптимальной (квазиоптимальную), но уже после модификации самого метода синергетического синтеза. Сформулирована гипотеза о возможной связи между вводимыми, при реализации процедуры расширения пространства состояния в методе синергетического синтеза, постоянными времени с определяемым в методе максимума оптимальным

Introduction. A special case of synthesizing the same electromechanical control system by the Pontryagin maximum principle and by the synergetic synthesis method is considered. The task was to solve the synthesis problem of the time optimal electromechanical position control system; herewith the travel resistance modulus linearly depended on the output coordinate of the system. This approach to the selection of the synthesis problem was because the synthesis of time optimal systems is one of the most widespread problems, and it is solved by increasing the efficiency of the existing control systems.
Materials and Methods. Synthesis of the time optimal linear control system based on the maximum principle is a widely accepted problem in the modern control theory. However, the procedure of synergistic synthesis does not have such formalization. This being the case, the paper suggests an approach that brings together these two methods, which, in our opinion, will increase the efficiency of the synergistic synthesis method through adding some features of the synthesis methodology for optimal systems.
Research Results. The paper formulates two key concepts. The first one is as follows: the application of the maximum principle for an object of the DC motor class when synthesizing the positioning algorithm under the conditions of linear loading functionally dependent on the engine rotation angle allows the time optimal system to be optimized. The second concept states that synthesis of a control system based on the synergistic approach enables to obtain a system close to optimal (quasioptimal), but after modifying the synergetic synthesis method itself. A hypothesis is formulated on the possible connection between the introduced (when implementing the procedure of state space extension in the synergetic synthesis method) time constants with the optimal

[*] Работа выполнена в рамках инициативной НИР.
[**] E-mail: i090206.lapshin@yandex.ru, tur805@mail.ru, nikaapp@rambler.ru
[***] The research is done within the frame of the independent R&D.

временем переключения управления.
Обсуждение и заключения. Выполнен синтез управления методом максимума и методом Аналитического Конструирования Агрегированных Регуляторов АКАР. На основании сравнения эффективности применения методов выдвигается гипотеза о возможной совместимости исследуемых методов.

switching time of control defined in the maximum method.
Discussion and Conclusions. The synthesis through the maximum control technique and the ADAR method is performed. In virtue of the comparison of efficiency of these methods, a hypothesis is put forward on the possible compatibility of the studied methods.

Ключевые слова: принцип максимума, оптимальное управление, быстродействие, алгоритм управления, синергетический синтез, метод АКАР.

Keywords: maximum principle, optimal control, operation speed, control algorithm, synergetic synthesis, ADAR method.

Образец для цитирования: Лапшин, В. П. Пример оценки близости управлений, синтезированных на основе принципа максимума и метода АКАР / В. П. Лапшин, И. А. Туркин, В. В. Христофорова // Вестник Дон. гос. техн. ун-та. —. 2018. — Т.18, №4. — С. 438-448. https://doi.org/10.23947/1992-5980-2018-18-4-438-448

For citation: V.P. Lapshin, I.A. Turkin, V.V. Khristoforova. Estimation of proximity of controls synthesized on basis of maximum principle and ADAR method. Vestnik of DSTU, 2018, vol. 18, no. 4, pp. 438-448. https://doi.org/10.23947/1992-5980-2018-18-4-438-448

Введение. В 20-м столетии потребности техники, в частности космической, выдвинули серию задач, для решения которых была разработана новая теория, получившая название теории оптимального управления [1]. Одним из основных методов при синтезе оптимальных систем управления является разработанный в 50–60 гг. двадцатого века метод максимума, над которым работали советские математики Л. С. Понтрягин и его ученики [2]. Применение этого метода основано на формализации задачи синтеза с переходом к форме задачи Майера и последующем решении систем линейных или, в некоторых особых случаях, нелинейных дифференциальных уравнений [1]. Стоит отметить, что необходимость решения систем дифференциальных уравнений, а в нелинейном случае это не всегда возможно, во многом является ограничением, как самого метода максимума, так и всей концепции синтеза оптимальных систем управления.

В последние десятилетия широкое распространение получил новый подход к синтезу систем управления, который в своей основе опирается на синергетическую концепцию анализа и синтеза систем. Используемый метод, автором которого является А. А. Колесников, получил название метода аналитического конструирования агрегированных регуляторов (АКАР) [4–5]. В основе предложенного подхода лежит концепция синтеза нелинейных обратных связей. Они обеспечивают асимптотическую устойчивость системы управления по отношению к требуемому движению аттрактора в пространстве состояний [4]. Отличием этого метода от методов синтеза оптимальных систем управления является то, что здесь отсутствует как критерий оптимизации системы управления, так и констатация оптимальности синтезированного управления. С точки зрения реализации процедуры синтеза, метод АКАР обладает несомненным преимуществом перед методами синтеза оптимальных систем, которое выражается в отсутствии ограничений на нелинейность системы дифференциальных уравнений [4–5].

С практической точки зрения синтез управления процессами или объектами должен обладать возможностью ответа на вопрос, а есть ли другое управление, которое обладает свойством превосходства над всеми другими. Так современное массовое производство, в целях обеспечения конкуренции на рынке, постоянно требует повышения эффективности. Одним из наиболее востребованных способов такого повышения эффективности является оптимизация процессов управления. Этот подход применим как к системам автоматизированной сборки оборудования [6–7], так и к металлорежущим системам, в частности к системам управления сверлением в металлорежущих станках [8–15]. Идея совмещения этих подходов к синтезу систем управления обладает, с точки зрения авторов, несомненной практической ценностью. С научной точки зрения актуальным является совмещение преимуществ метода АКАР, которые выражаются в возможности учета при синтезе сложной нелинейной динамики процессов в машиностроении [16–19], с четкой и ясной формализацией постановки задачи синтеза и оценки ее достижения в методе максимума [1–2].

1. Синтез базовой математической модели и постановка задачи исследования

В современной экономике широкое распространение получило направление синтеза оптимальных по быстродействию систем, которое позволяет добиться существенного роста эффективности систем в целом [7–8]. Так, при решении задач автоматизации процессов сборки различного оборудования, часто возникает задача крепления различного вида частей друг к другу [6–7]. Здесь от скорости проведения этой операции зависит экономическая эффективность всего процесса производства. Эта же ситуация наблюдается в системах обработки металлов резанием на металлорежущих станках [9–19], в которых чем быстрее осуществляется

процесс обработки деталей, тем меньше издержки всего производственного процесса. Исходя из рассуждений, примем в качестве допущения, что требуется синтезировать оптимальную по быстродействию систему управления, которая с учетом схожести процессов автоматизированного крепления деталей и сверления глубоких отверстий может быть проиллюстрирована следующей схемой (рис. 1).

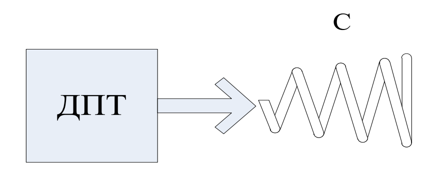


Рис. 1. Иллюстрационная схема

На рис. 1 представлен двигатель постоянного тока, осуществляющий либо операцию крепления оборудования, либо подачу в сверлильном станке. В случае операции крепления — С суммарная характеристика жесткости сжимающегося при скручивании материала. Для случая сверления — С характеризует линейное нарастание сопротивления подаче при накоплении стружки в стружкоотводящих каналах сверла.

В основе исполнительной подсистемы системы управления в обоих рассматриваемых случаях лежит электропривод, обеспечивающий преобразование электрической в механическую энергию движения исполнительных механизмов системы. Примем, что в рассматриваемом случае такое преобразование осуществляется электродвигателем постоянного тока с коллекторным управлением, который описывается следующей системой уравнений [20]:

$$\begin{gathered} U - c_e\omega = L\frac{di}{dt} + Ri \\ c_m i = J\frac{d\omega}{dt} + M_c \end{gathered},$$

где U — напряжение, подаваемое на коллектор двигателя; i — ток, потребляемый двигателем; R, L — параметры электрической части двигателя; J — параметр, характеризующий инерционные свойства ротора двигателя, приведенный инерционный момент всех вращающихся масс; ω — частота вращения ротора двигателя; M_c — внешний приложенный момент сопротивления; c_m, c_e — механическая и электрическая постоянные двигателя. В рассматриваемом случае момент представлен как функция угла поворота ротора двигателя, то есть $M_c = C\alpha$. С учетом этого (1) перепишем как:

$$\begin{gathered} U - c_e\omega = L\frac{di}{dt} + Ri \\ c_m i = J\frac{d\omega}{dt} + C\alpha \\ \frac{d\alpha}{dt} = \omega \end{gathered}. \tag{2}$$

Выразив во втором уравнении значение тока и подставив полученное в первое уравнение, получим:

$$\begin{gathered} U\frac{1}{c_e} - \omega = \frac{LJ}{c_e c_m}\frac{d^2\omega}{dt^2} + \frac{RJ}{c_e c_m}\frac{d\omega}{dt} + \frac{LC}{c_e c_m}\omega + \frac{RC}{c_e c_m}\alpha \\ \frac{d\alpha}{dt} = \omega \end{gathered}. \tag{3}$$

Разрешив первое уравнение относительно старшей производной и переписав его вторым, получим:

$$\begin{gathered} \frac{d\alpha}{dt} = \omega \\ \frac{d^2\omega}{dt^2} = -\frac{R}{L}\frac{d\omega}{dt} - (\frac{c_m c_e}{LJ} + \frac{C}{J})\omega - \frac{RC}{LJ}\alpha + \frac{c_m}{LJ}U \end{gathered}. \tag{4}$$

Обозначим переменные $\alpha = x_1, \omega = x_2, \frac{d\omega}{dt} = x_3$; в качестве постоянных введем $\frac{R}{L} = a_{33}, (\frac{c_m c_e}{LJ} + \frac{C}{J}) = a_{32}, \frac{RC}{LJ} = a_{31}, \frac{c_m}{LJ} = b$. Тогда система (4) примет вид:

$$\begin{aligned} \frac{dx_1}{dt} &= x_2 \\ \frac{dx_2}{dt} &= x_3 \\ \frac{dx_3}{dt} &= -a_{31}x_1 - a_{32}x_2 - a_{33}x_3 + bU \end{aligned} \quad . \tag{5}$$

Или в матрично-векторном виде:

$$\dot{x} = Ax + Bu\,, \tag{6}$$

где $A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ -a_{31} & -a_{32} & -a_{33} \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ b \end{pmatrix}$, $x = \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix}$, $u = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ U \end{pmatrix}$.

Примем в качестве привода, обеспечивающего движение рассматриваемой системы, электродвигатель постоянного тока, параметры которого обеспечивают следующие значения постоянных: a_{31}=4,65, a_{32}=4,6, a_{33}=2. Матрица А, с учетом этого, примет вид: $A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ -4,65 & -4,6 & -2 \end{pmatrix}$. Зная матрицу А, найдем собственные числа λ матрицы А: λ_1 = –1,2666 + 0,0000i, λ_2 = –0,3667 + 1,8806i, λ_3 = –0,3667 – 1,8806i.

Как видно из полученных собственных значений матрицы, система управления асимптотически устойчива по Ляпунову [21]. Более того, можно утверждать о колебательном характере процессов протекающих в системе, так как собственные значения не только содержат отрицательные вещественные части, но имеют ненулевые мнимые части.

2. Синтез управления методом максимума Понтрягина

Для начала сформулируем задачу синтеза оптимального управления в следующем виде:

— используя принцип максимума для объекта, описываемого Системой (5), определить алгоритм оптимального уравнения, который обеспечивает перевод объекта из начального состояния $x_1(0)$=50, $x_2(0)$=0, $x_3(0)$=0 в конечное состояние $x_1(T)=0$, $x_2(T)=0$, $x_3(T)=0$ за минимальное время *T*. *П*ри этом необходимо определить число переключений, моменты переключений и построить кривые управления $u(t)$ и координат $x_1(t)$, $x_2(t)$, $x_3(t)$.

На управляющее воздействие наложено ограничение $|u|\leq U_{макс}$. Параметры системы: $a_{31} = 1, a_{32} = 12, a_{33} = 20, b = 1$; $U_{макс}$=440 В.

Р е ш е н и е : Запишем гамильтониан:

$$H = \sum_{i=1}^{2} \psi_i f_i\,, \tag{7}$$

где ψ_i и f_i — координаты векторов $\vec{\psi}$ и $\vec{f}$. В дополнение к системе (5), составим систему уравнений для вспомогательных переменных ψ_i, где $i = 1,2$, используя следующую зависимость:

$$\frac{d\psi_i}{dt} = -\sum_{j=1}^{2} \psi_i \frac{\partial f_i}{\partial x_i}, \quad i = 1,2.$$

Или в раскрытом виде:

$$\begin{aligned} \frac{d\psi_1}{dt} &= -\left[\frac{\partial f_1}{\partial x_1}\psi_1 + \frac{\partial f_2}{\partial x_1}\psi_2 + \frac{\partial f_3}{\partial x_1}\psi_3\right] \\ \frac{d\psi_2}{dt} &= -\left[\frac{\partial f_1}{\partial x_2}\psi_1 + \frac{\partial f_2}{\partial x_2}\psi_2 + \frac{\partial f_3}{\partial x_2}\psi_3\right] \\ \frac{d\psi_3}{dt} &= -\left[\frac{\partial f_1}{\partial x_3}\psi_1 + \frac{\partial f_2}{\partial x_3}\psi_2 + \frac{\partial f_3}{\partial x_3}\psi_3\right] \end{aligned} \tag{8}$$

Информатика, вычислительная техника и управление

С учетом (5), система уравнения (8) примет вид:

$$\begin{cases} \dfrac{d\Psi_1}{dt} = 4,65\Psi_3 \\ \dfrac{d\Psi_2}{dt} = -\Psi_1 + 4,6\Psi_3 \\ \dfrac{d\Psi_3}{dt} = -\Psi_2 + 2\Psi_3 \end{cases} \tag{9}$$

Матрица собственных значений для случая (9):

$$A^{\Psi-D} = \begin{pmatrix} 1,2666 & 0 & 0 \\ 0 & 0,3667+1,8806i & 0 \\ 0 & 0 & 0,3667+1,8806i \end{pmatrix}$$

Решение системы (9) для диагонализированного случая матрицы $A^{\psi-D}$ примет вид:

$$\begin{cases} \Psi_1 = C_1 e^{1,2666t} \\ \Psi_2 = C_2 e^{(0,3667+1,8806i)t} \\ \Psi_3 = C_3 e^{(0,3667-1,8806i)t} \end{cases}. \tag{10}$$

С учетом матрицы V^{ψ} ,в исходном базисе решение примет вид:

$$\begin{cases} \Psi_1 = -0,9474C_1e^{1,2666t} + (0,5812-0,3347i)C_2e^{(0,3667+1,8806i)t} + (0,5812+0,3347i)C_3e^{(0,3667-1,8806i)t} \\ \Psi_2 = -1,1893C_1e^{1,2666t} + 0,6883C_2e^{(0,3667+1,8806i)t} - 0,6883C_3e^{(0,3667-1,8806i)t} \\ \Psi_3 = -0,2581C_1e^{1,2666t} + (0,1812+0,2086i)C_2e^{(0,3667+1,8806i)t} + (0,1812-0,2086i)C_3e^{(0,3667-1,8806i)t} \end{cases},$$

где C_1, C_2, C_3 — постоянные интегрирования.
Общее выражение, описывающее функцию Гамильтона:

$$H = \Psi_1 f_1 + \Psi_2 f_2 + \Psi_3 f_3 \tag{11}$$

В выражении (11) важную, с точки зрения метода синтеза, роль играет член, включающий в себя управление:

$$H^* = \Psi_3 U = (-C_1 0,2581e^{1,2666t} + C_2(0,1812+0,2086i) + C_3(0,1812-0,2086i)e^{(0,3667-1,8806i)t})bU .$$

Для того, чтобы гамильтониан *H*, вычисляемый по формуле (11), принимал максимальное положительное значение, слагаемое H^* должно быть всегда положительным и наибольшим. Для этого алгоритм оптимального управления должен имеет вид: $u(t)=\sigma U_{max}$, где

$$\sigma = sign(-0,2581C_1e^{1,2666t} + (0,1812+0,2086i)e^{(0,3667+1,8806i)t} + (0,1812-0,2086i)e^{(0,3667-1,8806i)t}) .$$

Оптимальное управление $u(t)$ является кусочно-постоянной функцией, принимающей значения $\pm U_{max}$, и имеет не более двух интервалов постоянства, так как нелинейная функция

$$-0,2581C_1e^{1,2666t} + (0,1812+0,2086i)e^{(0,3667+1,8806i)t} + (0,1812-0,2086i)e^{(0,3667-1,8806i)t},$$

меняет знак не более одного раза. При этом возможная смена знака происходит с плюса на минус, то есть для выполнения принципа максимума требуется сначала подавать на двигатель $U= +U_{max}$, а затем $U= -U_{max}$. Проверим эти рассуждения, построив полученную функциональную зависимость Ψ_3 в пакете Matlab (рис. 2).

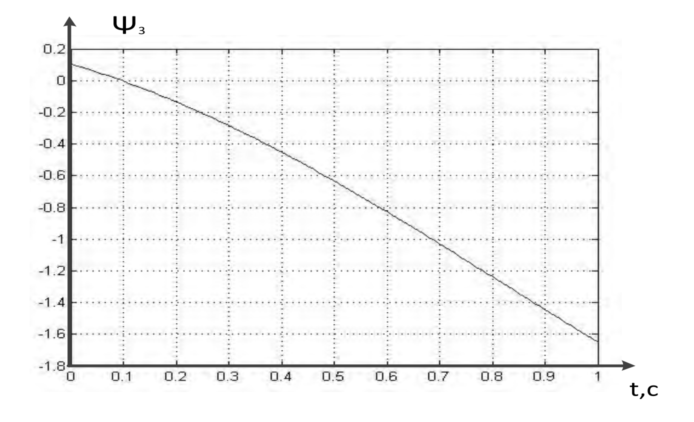


Рис. 2. График изменения Ψ_3

Вестник Донского государственного технического университета. 2018. Т. 18, № 4. С. 439–449. ISSN 1992-5980 eISSN 1992-6006
Vestnik of Don State Technical University. 2018. Vol. 18, no. 4, pp. 439–449. ISSN 1992-5980 eISSN 1992-6006

Как видно из рис. 2, Ψ_3 действительно меняет знак с (+) на (–) только один раз. С учетом этих рассуждений определим алгоритм оптимального уравнения, который обеспечивает перевод объекта из начального состояния $x_1(0)=0$, $x_2(0)=0$, $x_3(0)=0$ в конечное состояние $x_1(T)=50$, $x_2(T)=0$, $x_3(T)=0$ за минимальное время T. Здесь отметим, что в современных условиях нет необходимости получать аналитическое решение исходной системы уравнений. Можно, используя имеющиеся возможности современных пакетов прикладных программ типа Matlab, достаточно просто и наглядно получить численное решение для рассматриваемого случая.

Результаты численного моделирования для расчетного оптимального по быстродействию алгоритма управления представлены на рис. 3. Параметры модели подобраны таким образом, чтобы она выполняла требуемое по правой границе граничное условие.

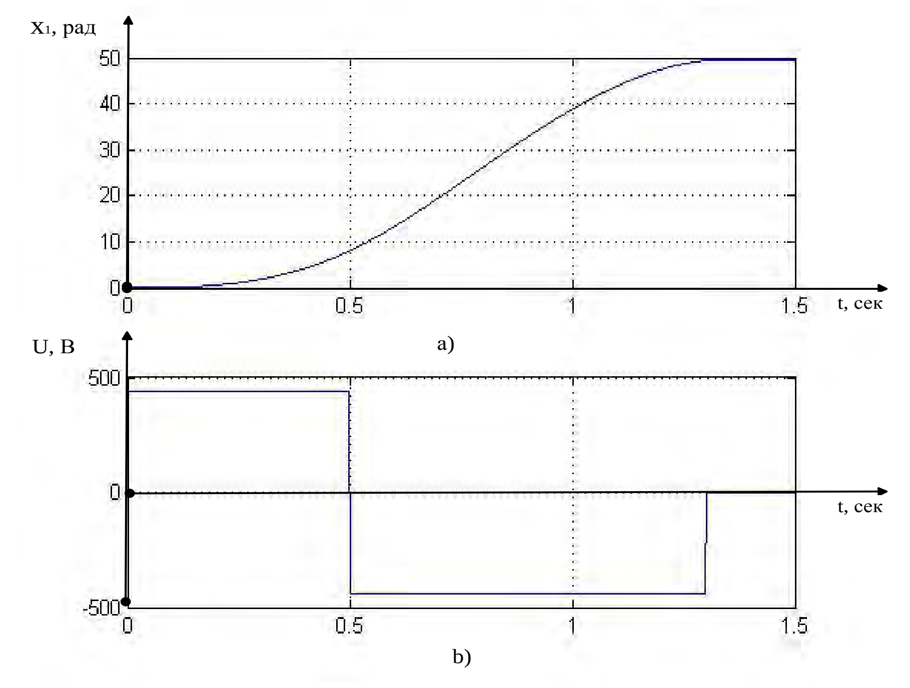


Рис. 3. Графики выходной координаты (a) и переключения управления при $t_1 = 0,5$ (b)

Как видно из рис. 3, время переключения управления с ($+U_{max}$) на ($-U_{max}$) выбрано как $t_1 = 0,5$ секунды, а общее время регулирования составило и $T = 1,3$ секунды. При этом система управления выходит на требуемый нам уровень выходного сигнала, то есть достигается правая граница краевых условий.

3. Синтез системы управления методом АКАР

Для синтеза системы управления методом АКАР можно не осуществлять переход к абстрактному случаю пространства состояния (см. (5)), а удобно использовать исходную систему (2). Однако требуется преобразовать ее к следующему виду:

$$\begin{aligned} \frac{dx_1}{dt} &= x_2 \\ \frac{dx_2}{dt} &= -a_{21}x_1 + a_{23}x_3 \\ \frac{dx_3}{dt} &= -a_{32}x_2 - a_{33}x_3 + bU \end{aligned}, \qquad (12)$$

где переменные $\alpha = x_1, \omega = x_2, i = x_3$; в качестве постоянных введены $\frac{c_m}{J} = a_{23}, \frac{C}{J} = a_{21}, \frac{c_e}{L} = a_{32,} \frac{R}{L} = a_{33}, \frac{1}{L} = b$. С учетом определенных ранее значений, получим: $a_{23} = 1,515, a_{21} = 2,325, a_{32,} = 1,5, a_{33} = 2, b = 1$ и система (12) примет вид:

$$\begin{aligned} \frac{dx_1}{dt} &= x_2 \\ \frac{dx_2}{dt} &= -2,325x_1 + 1,515x_3 \\ \frac{dx_3}{dt} &= -1,5x_2 - 2x_3 + U \end{aligned}, \qquad (13)$$

Матрица А, с учетом этого, примет вид:

$$A=\begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ -2,325 & 0 & 1,515 \\ 0 & -1,5 & -2 \end{pmatrix}.$$

Зная матрицу А, найдем собственные числа λ матрицы А: λ_1 = –1,2674 + 0,0000i; λ_2 = –0,3663 + 1,8801i; λ_3 = –0,3663 – 1,8801i. Как видно из этих результатов, речь идет именно о рассматриваемом при синтезе методом максимума случае системы управления.

Координата, характеризующая угол поворота ротора (x_1), является выходной координатой системы. Поэтому для формирования требований к желаемому поведению системы в пространстве состояний введем макропеременную порядка $\Psi_1 = x_1 - x_{01} \Rightarrow 0$, где x_{01} — заданное требуемое значение координаты x_1. Значение скорости изменения угла должно обеспечивать стремление угла поворота ротора к заданному выше значению. Для этого введем еще одну макропеременную $\Psi_2 = x_2 - \phi_2(x_1) \Rightarrow 0$, где $\phi_2(x_1)$ — некоторая функция, описывающая стремление $x_2 \Rightarrow \phi_2(x_1)$ в стационарном состоянии. Дальше вводим макропеременную порядка по координате $\Psi_3 = x_3 - \phi_3(x_1, x_2) \Rightarrow 0$, где $\phi_3(x_1, x_2)$ — некоторая функция, описывающая связь между координатами в стационарном состоянии системы и, следовательно, $x_3 \Rightarrow \phi_3(x_1, x_2)$.

Для вновь введенных макропеременных Ψ_1, Ψ_2, Ψ_3 потребуем асимптотически устойчивый закон изменения, то есть выполнение следующей системы дифференциальных уравнений:

$$\begin{cases} T_1 \dfrac{d\Psi_1}{dt} + \Psi_1 = 0 \\ T_2 \dfrac{d\Psi_2}{dt} + \Psi_2 = 0 \\ T_3 \dfrac{d\Psi_3}{dt} + \Psi_3 = 0 \end{cases}, \tag{14}$$

где T_1, T_2, T_3 — постоянные времени, определяющие скорость стремления введенных макропеременных к нулю, либо, иными словами, скорость стягивания произвольной траектории движения системы в пространстве состояния к требуемому аттрактору.

Введенная в выражении (14) система уравнений расширила пространство состояний системы с 3-го до 6-го, что является одним из основных положений метода АКАР. Дальнейший синтез системы управления сводится к поэтапному процессу декомпозиции (сжатия) этого пространства до начального уровня [1–2]. Начнем процесс декомпозиции с подстановки в первое уравнение системы (14) вместо макропеременной Ψ_1 ее значения в координатах управляемого процесса. В результате получим:

$$T_1 \frac{dx_1}{dt} + (x_1 - x_{01}) = 0, \tag{15}$$

С учетом (13), уравнение (15) примет вид:

$$T_1 x_2 + (x_1 - x_{01}) = 0. \tag{16}$$

Учитывая следующий шаг алгоритма синтеза, в результате которого приняли, что $x \Rightarrow \phi_2(x_1)$, найдем значение $\phi_2(x_1)$, как:

$$\phi_2(x_1) = -\frac{(x_1 - x_{01})}{T_1} \tag{17}$$

Учитывая это, макропеременная Ψ_2 примет вид:

$$\Psi_2 = x_2 - \phi_2(x_1) = x_2 + \frac{(x_1 - x_{01})}{T_1} \tag{18}$$

Справедливость выражения (17), с точки зрения целей управления, подтверждает тот факт, что в стационарном состоянии значение $x_2 \Rightarrow \phi_2(x_1) \Rightarrow 0$. Тогда, с учетом (18), второе уравнение системы (14), примет следующий вид:

$$T_2 \frac{dx_2}{dt} - T_2 \frac{d\phi_2(x_1)}{dt} + x_2 - \phi_2(x_1) = 0. \tag{19}$$

Или, с учетом значения $\phi_2(x_1)$:

$$T_2 \frac{dx_2}{dt} + \frac{T_2}{T_1}\frac{dx_1}{dt} + x_2 + \frac{(x_1 - x_{01})}{T_1} = 0. \tag{20}$$

На следующем шаге алгоритма синтеза, пользуясь теми же рассуждениями, что и раньше, и тем фактом, что $x_3 \Rightarrow \phi_3(x_1, x_2)$, определим из (20), с учетом (13), значение $\phi_3(x_1, x_2)$ в координатах управляемого процесса:

$$\phi_3(x_1, x_2) = 1{,}535x_1 - 0{,}66\frac{(T_2 + T_1)}{T_1}x_2 - 0{,}66\frac{(x_1 - x_{01})}{T_2T_1}0\,. \quad (21)$$

Получив значение $\phi_3(x_1, x_2)$ в координатах управляемого процесса, можно определить значение макропеременной Ψ_3 в координатах состояния системы и раскрыть третье уравнение системы (14).

$$T_3[\frac{dx_3}{dt} - \frac{d\phi_3(x_1, x_2)}{dt}] + x_3 - \phi_3(x_1, x_2) = 0\,. \quad (22)$$

После подстановки в (22) полученных ранее значений $\phi_3(x_1, x_2)$ из (21) и использования системы (13) на этом шаге декомпозиции пространства состояния системы управления, определим значение управления в координатах управляемого процесса:

$$U = 1{,}5x_2 + 2x_3 + 1{,}535x_2 + 1{,}5x_1\frac{(T_1T_3 + T_2T_3 + T_1T_2)}{T_1T_2T_3} - x_3\frac{(T_1T_3 + T_2T_3 + T_1T_2)}{T_1T_2T_3} - \Leftrightarrow$$
$$\Leftrightarrow 0{,}66x_2\frac{(T_1 + T_2 + T_3)}{T_1T_2T_3} - 0{,}66\frac{(x_1 - x_{01})}{T_1T_2T_3} \quad (23)$$

Выражение (23) и определяет асимптотически устойчивое управляющее воздействие на систему управления, описываемую уравнениями (13).

Результаты моделирования системы дифференциальных уравнений (13) с требуемым значением угла поворота ротора двигателя x_{10}=50 рад и значениями введенных постоянных времени $T_1 = 0{,}1$, $T_2 = 0{,}2$, $T_3 = 0{,}3$ представлены на рис. 4.

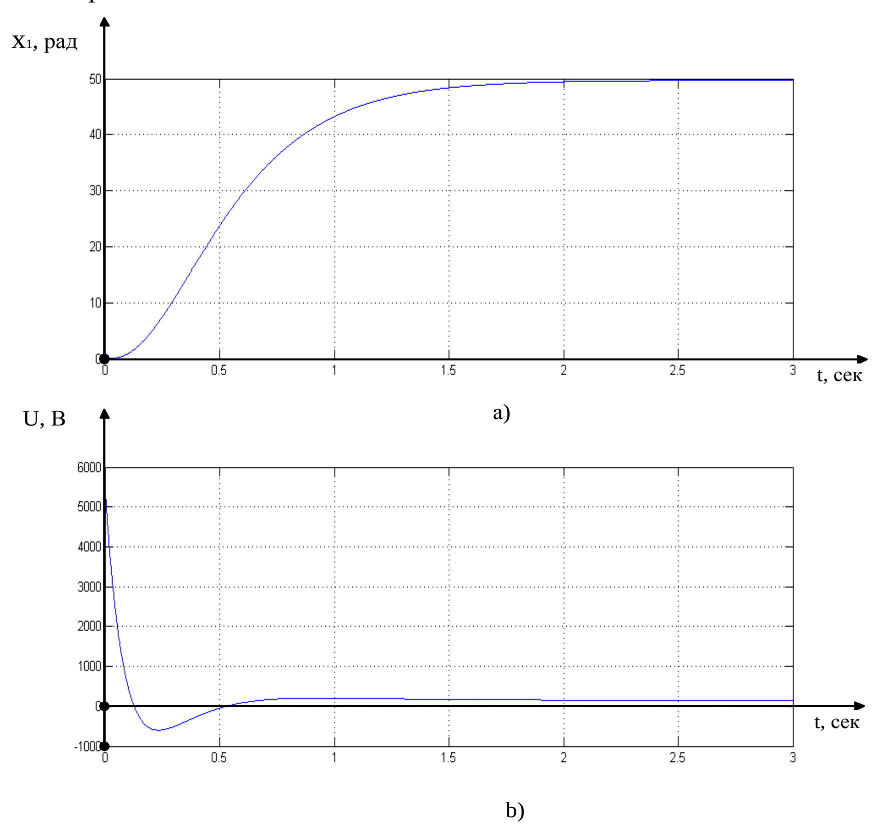


Рис. 4. Результаты моделирования с управлением при $T_1 = 0{,}1$, $T_2 = 0{,}2$, $T_3 = 0{,}3$: переходный процесс по выходной координате (а); график изменения управления (b)

Как видно из рис. 4, в сравнении с рис. 3, структура управления в обоих случаях одинакова, то есть речь идет о том, что в начале подается положительное по знаку управление, а затем его знак меняется на противоположный. Время регулирования резко увеличивается до значения близкого к 2,5 секунде, но при этом максимальное управление достигает значений больших 5 000 В. Это недопустимо с точки зрения метода максимума. Для ограничения максимального значения управления введем в контур управления нелинейное звено типа «насыщения» с таким же порогом, как и в случае максимума. Результаты моделирования системы с учетом этого порога и с подобранными значениями постоянных T_1, T_2, T_3 представлены на рис. 5.

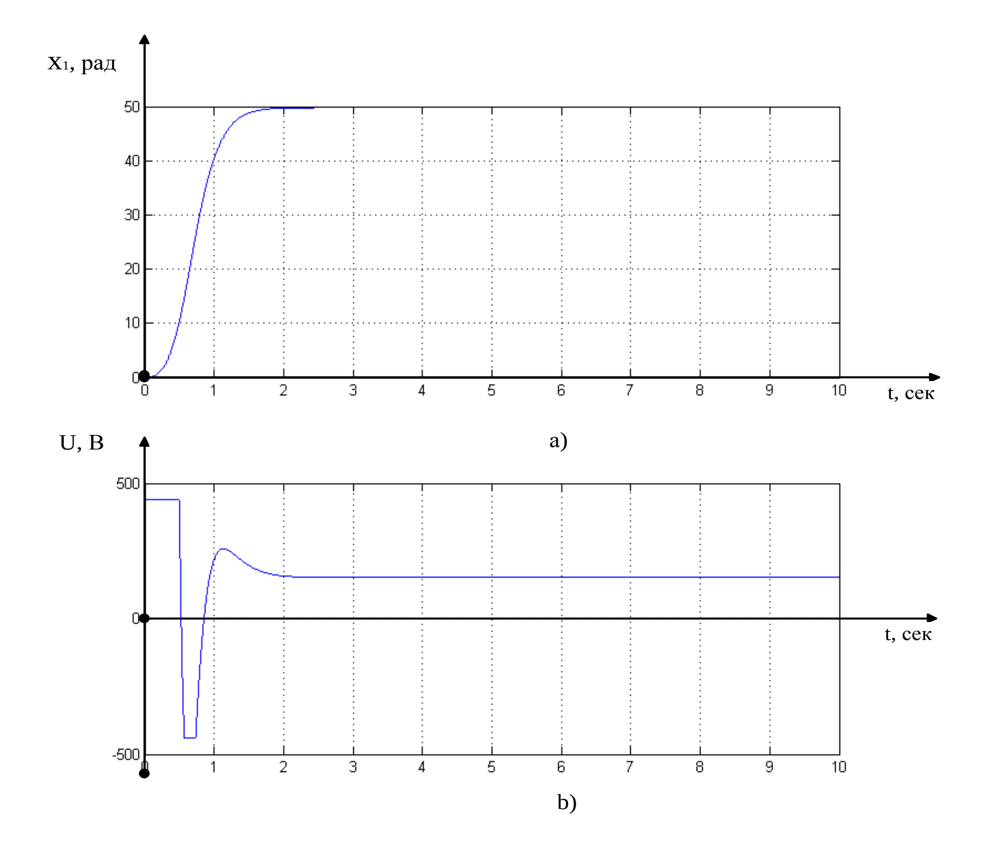


Рис. 5. Результаты моделирования с управлением при $T_1 = 0{,}15$, $T_2 = 0{,}16$, $T_3 = 0{,}17$:
переходный процесс по выходной координате (a); график изменения управления (b)

Как видно из рис. 5, введение нелинейного ограничения на управление типа «насыщения» позволяет получить требуемый с точки зрения допустимости управления результат. При этом фактически соблюдается определенная методом максимума структура управления, но управление не является оптимальным по быстродействию. Здесь необходимо отметить, что такая модификация метода АКАР может приводить и к потере устойчивости системы (рис. 6).

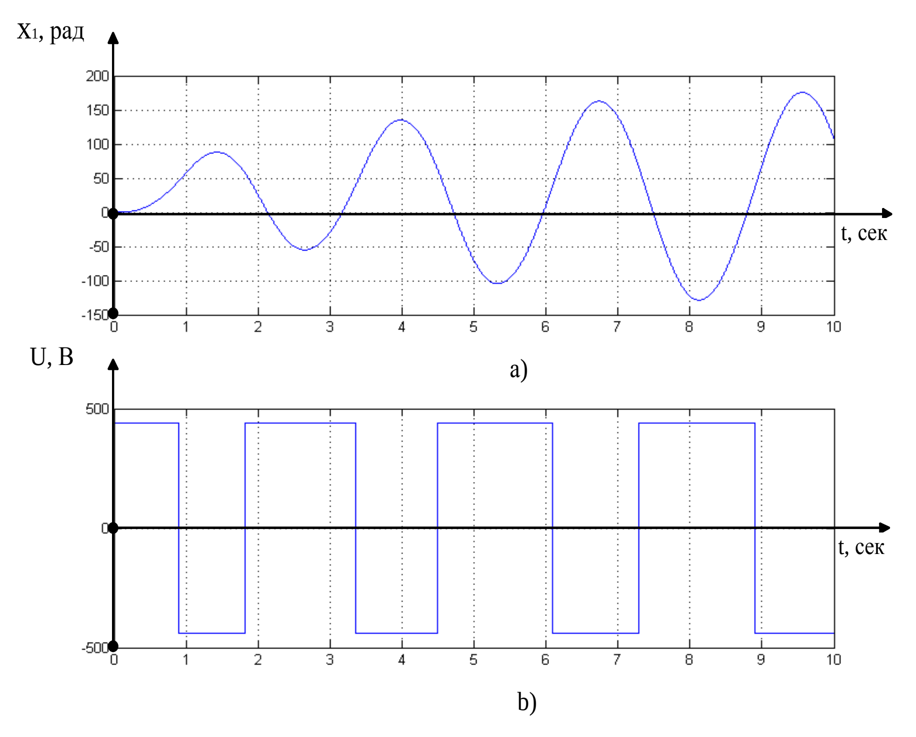


Рис. 6. Результаты моделирования с управлением при $T_1 = 0{,}015$, $T_2 = 0{,}016$, $T_3 = 0{,}017$:
переходный процесс по выходной координате (a); график изменения управления (b)

Однако, несмотря на результат, представленный на рис. 6, дополнение системы управления полученной методом АКАР, ограничениями на амплитуду управляющих сигналов существенно сближает ее с решениями, получаемыми при реализации процедуры синтеза методом максимума.

Обсуждение и заключения. Таким образом, для базовой модели системы управления (2) было синтезировано оптимальное по быстродействию управление методом максимума. Для этого же случая, в третьей части работы с этими же параметрами системы и граничными условиями было синтезировано управление методом АКАР. Оба эти управления внешне несхожи. В случае метода максимума — это программное кусочно-постоянное управление, где важен оптимальный момент времени переключения знака управляющего сигнала. В случае АКАР — это непрерывная гладкая функциональная зависимость управления от значений координат состояния системы. Однако, при их реализации видна структурная схожесть, выражаемая в смене знака управления. После модификации метода АКАР структурная схожесть стала еще более видна. Отметим, что добиться параметрического подобия реализуемых управлений можно за счет подбора вводимых при синтезе методом АКАР постоянных времени. Это позволяет авторам сформулировать следующую гипотезу.

— Подбор вводимых в процедуре синтеза методом АКАР значений постоянных времени T_1, T_2, T_3 , в случае модификации полученного управления способом предложенным в статье, позволяет добиться от синергетического управления свойства оптимальности по быстродействию. Авторам не удалось получить общее доказательство этой интуитивно понятной гипотезы. Однако такая задача не стояла в рамках этой работы. В результате численных экспериментов с вариацией T_1, T_2, T_3 удалось добиться квазиоптимальности управления, полученного методом АКАР.

Библиографический список

1. Понтрягин, Л. С. Математическая теория оптимальных процессов / Л. С. Понтрягин, В. Г. Болтянский. — Москва : Наука, 1976. — 392 с.

2. Дыхта, В. А. Численные методы решения задач оптимального импульсного управления, основанные на вариационном принципе максимума // В. А. Дыхта, Н. В. Деренко // Известия ВУЗов. Математика. — 2001. — № 12. — С. 32–40.

3. Колесников, А. А. Прикладная синергетика: основы системного синтеза / А. А. Колесников. — Таганрог : ТТИ ЮФУ, 2007. — 384 с.

4. Колесников, А. А. Синергетика и проблемы теории управления. / А. А. Колесников. — Москва : Физматлит, 2004. — 504 с.

5. Синергетический системный синтез управляемой динамики металлорежущих станков с учетом эволюции связей / В. Л. Заковоротный [и др.]. — Ростов-на-Дону : Изд-во ДГТУ. — 2008. — 324 с.

6. Житников, Ю. З. Анализ погрешностей моментов затяжки одношпиндельными гайковертами на основе муфт предельного момента / Ю. З. Житников, И. В. Житникова // Сборка в машиностроении, приборостроении. — 2011. — № 8. — С. 12–15.

7. Uzunov, O.V. The screwdriver technology of the model building for simulating of the processes in the mechatronic objects. Solid State Phenomena, 2009. vol. 1. no.1, pp. 468–473.

8. Заковоротный, В. Л. Определение оптимальных координат переключения циклов обработки в эволюционной динамической системе резания / В. Л. Заковоротный, В. П. Лапшин, А. А. Губанова // Известия ВУЗов. Сев.Кавк. регион. Серия: Технические науки. — 2014. — №4 (179). — С. 59–63.

9. Заковоротный, В. Л. Управление процессом сверления глубоких отверстий спиральными сверлами на основе синергетического подхода / В. Л. Заковоротный, И. А. Туркин, В. П. Лапшин // Известия ВУЗов. Сев.-Кавк. регион (Техн. науки). — 2014. — №3 (178). — С. 33–41.

10. Лапшин, В. П. Моделирование динамики формообразующих движений при сверлении глубоких отверстий малого диаметра / В. П. Лапшин, И. А. Туркин // Вестник АГУ. — 2012. — № 4 (110). — С. 226–233.

11. Lapshin, V.P., Turkin, I.A. Dynamic influence of the spindle servo drive on the drilling of deep narrow holes. Russian Engineering Research, 2015. Т. 35. № 10. pp. 795–797. DOI : https://doi.org/10.3103/S1068798X15100111

12. Lapshin, V.P., Turkin, I.A. Modeling tractive effort torque of wheel in deformation movements of pneumatic tire wheel. Procedia Engineering. 2017. Т. 206. pp. 594–599. DOI : https://doi.org/10.1016/j.proeng.2017.10.522

13. Zakovorotny, V.L., Lapshin, V.P., Babenko, T.S. Assessing the Regenerative Effect Impact on the Dynamics of Deformation Movements of the Tool during Turning. Procedia Engineering 2017. Т 206. pp.68–73. DOI : https://doi.org/10.1016/j.proeng.2017.10.439

14. Заковоротный, В. Л. Зависимость перестройки динамической системы сверления глубоких отверстий спиральными сверлами от параметров серводвигателей / В. Л. Заковоротный, В. П. Лапшин, И. А. Туркин // Известия ВУЗов. Сев.-Кавк. регион. Серия: Технические науки. — 2014. — № 1. — С. 36–42.

15. Заковоротный, В. Л. Управление процессом сверления глубоких отверстий спиральными сверлами на основе синергетического подхода / В. Л. Заковоротный, В. П. Лапшин, И. А. Туркин // Известия ВУЗов. Сев.-Кавк. регион. Серия: Технические науки. — 2014. — № 3 (178). — С 33–41.

16. Zakovorotnyi, V.L., Lukyanovь A.D., Gubanova, A.A., Khristoforova, V.V. Bifurcation of stationary manifolds formed in the neighborhood of the equilibrium in a dynamic system of cutting. Journal of Sound and Vibration. 2016. Т. 368. pp. 174–190. . DOI : https://doi.org/10.1016/j.jsv.2016.01.020

17. Zakovorotnyi, V.L., Vinokurova, I.A. Mathematical modeling of the dynamic cutting system taking into account the irreversible transformation in the area of cutting. Modern informatization problems in the technological and telecommunication systems analysis and synthesis Proceedings of the XXII–th International Open Science Conference. Editor in Chief O.Ja. Kravets. 2017. pp. 351–356.

18. Zakovorotnyi, V.L., Lukyanov, A.D. System synthesis of machine tool manufacturing process control based on synergetic conception. Procedia Engineering 2. Сер. 2nd International Conference on Industrial Engineering, ICIE 2016. pp. 370–375. DOI : https://doi.org/10.1016/j.proeng.2016.06.726

19. Zakovorotnyi, V.L., Bykador, V.S. Cutting-system dynamics. Russian Engineering Research. 2016. Т. 36. № 7. pp. 591–598. DOI : https://doi.org/10.3103/S1068798X16070182

20. Лапшин, В. П. Электродвигатель постоянного тока — привод электромобиля / В. П. Лапшин, И. А. Туркин / Автомобильная промышленность. — 2017. — № 1. — С. 16–18.

21. Младов, А. Г. Системы дифференциальных уравнений и устойчивость движения по Ляпунову / А. Г. Младов. — Москва : Высшая школа, 1966. — 223 с.

Поступила в редакцию 04.06.2018
Сдана в редакцию 06.06.2018
Запланирована в номер 15.09.2018

Received 06.06.2018
Submitted 06.06.2018
Scheduled in the issue 15.09.2018

Об авторах:

Лапшин Виктор Петрович,
доцент кафедры «Автоматизация производственных процессов» Донского государственного технического университета (РФ, 344000, г. Ростов-на-Дону, пл. Гагарина, 1), кандидат технических наук, доцент,
ORCID: https://orcid.org/0000-0002-5114-0316
i090206.lapshin@yandex.ru

Туркин Илья Андреевич,
старший преподаватель кафедры «Автоматизация производственных процессов» Донского государственного технического университета (РФ, 344000, г. Ростов-на-Дону, пл. Гагарина, 1), кандидат технических наук,
ORCID: https://orcid.org/0000-0003-4792-4959
Tur805@mail.ru

Христофорова Вероника Владимировна,
доцент кафедры «Автоматизация производственных процессов» Донского государственного технического университета (РФ, 344000, г. Ростов-на-Дону, пл. Гагарина, 1), кандидат технических наук
ORCID:https://orcid.org/0000-0002-0583-6654
nikaapp@rambler

Authors:

Lapshim, Victor P.,
associate professor of the Production Automation Department, Don State Technical University (1, Gagarin sq., Rostov-on-Don, 344000, RF), Cand.Sci. (Eng.), associate professor,
ORCID: https://orcid.org/0000-0002-5114-0316
i090206.lapshin@yandex.ru

Turkin, Ilya A.,
senior lecturer of the Production Automation Department, Don State Technical University (1, Gagarin sq., Rostov-on-Don, 344000, RF), Cand.Sci. (Eng.),
ORCID: https://orcid.org/0000-0003-4792-4959
Tur805@mail.ru

Khristoforova, Veronika V.,
associate professor of the Production Automation Department, Don State Technical University (1, Gagarin sq., Rostov-on-Don, 344000, RF), Cand.Sci. (Eng.),
ORCID:https://orcid.org/0000-0002-0583-6654
nikaapp@rambler